ТЕТРАДЬ

для ______________________

____

учени__________ класса__________

__________ школы__________

МА-001

7 клас (6 класс)

1	2	3	4	5	6
+	+	+	+	+!	+
	7	7	7	7	7

12

k

2

Чистовик.

№4.

Решение: Рассмотрим, кто будет соседями „2" в этом кругу. Двойка не может стоять рядом с „1" (2+1=3, 3:3); рядом с „4" (2+4=6; 6:3); рядом с 3 (2+3=5, 5:5); рядом с „5" (2+5=7; 7:7); рядом с „7" (2+7=9, 9:3); рядом с „8" (2+8=10; 10:5). Получается, что „2" может стоять в этом кругу только с „6". Но у каждого числа в этом круге должно быть ровно 2 соседа, а не всего лишь 1. Мы нашли противоречие, и тем самым доказали, что так расставить числа по кругу нам не удастся.

Ответ: Нет, нельзя.

№3.

Решение: Для начала заметим, что в очереди должен быть хотя бы один лжец, иначе получится так, что все рыцари солгут, а такого быть не может. Также заметим, что на первом месте в очереди должен стоять лжец, ведь если там будет стоять рыцарь, то он соврёт, а такого тоже

1

быть не может. Теперь обратим внимание на последнего (крайнего) лжеца в очереди (он будет, потому что в очереди не бесконечное количество человек, а ограниченное, всего 100). Он, как и все лжецы, врёт. Тогда количество лжецов позади его больше или равно количеству лжецов, стоящих перед ним. Но ведь за ним стоит 0 человек (ведь он последний). Тогда получается, что перед ним тоже стоит 0 человек, пусть он единственный лжец во всей очереди. Пример: (см. рис. 1)

$\underbrace{\text{ЛPPPPPP...PPPPPP}}_{\text{100 человек}}$ рис. 1.

Мы доказали, что не может быть 0 лжецов, а также что количество лжецов не может быть больше 1. А также мы привели единственный пример расстановки 1 лжеца и 99 рыцарей.

__Ответ__: В очереди может быть 1 лжец.

№2.

Решение: Мы пойдём обратным ходом и посмотрим, как (из каких чисел) могло получиться число 2019.

$2019 \leftarrow (2019-1):2=1009 \leftarrow (1009-1):2=504 \leftarrow 504:2=252 \leftarrow 252:2=$
$=126 \leftarrow 126:2=63 \leftarrow (63-1):2=31 \leftarrow (31-1):2=15 \leftarrow (15-1):2=7 \leftarrow (7-1):2=$
$=3 \leftarrow (3-1):2=1 \leftarrow (1-1):2=0$. Заметим также, что n не может быть равно 0, поскольку 0 - не натуральное число. Получаем, что 2019 можно получить только из тех чисел, которые записаны в этой цепочке (все кроме 0. Посчитав их количество мы получаем ответ - 10. Из всех этих 10 чисел, за разное количество ходов мы сможем получить число 2019.

+

Ответ: существует 10 чисел n.

№6. а)

Решение: Серёже надо одновременно перевернуть и те, и другие часы. И каждый раз, когда весь песок уже упадёт, их переворачивать. Тогда ~~всего~~ вторые часы надо перевернуть всего 4 раза. Тогда и те, и другие часы после 4-ого переворота

вторых остановятся одновременно. И затем будет достаточно просто посмотреть сколько раз мы переворачивали первые часы.
Если 12 раз - то они отмерили ровно 65 минут
65 : 5 = 13 минут - отмеряют вторые часы
Если 13 раз - то они отмерили ровно 70 минут
70 : 5 = 14 минут - отмеряют вторые часы.
С помощью этого опыта Серёжа легко сможет определить сколько именно определяют его часы.

Ответ: см. решение.

Решение: №6 (б)

Теперь мы также переворачиваем все часы одновременно. Вторые часы мы будем переворачивать ровно 2 раза. Если 2-ые часы отмеряют 13 минут, то всего они отмерят 39 минут, а если же 14 минут, то всего они отмерят 42 минуты. Тогда первые часы мы будем переворачивать всего 7 раз, то есть в сумме они отмерят 40 минут. И тогда если вторые часы закончат раньше первых, то они отмерят ровно 13 минут. Если же они закончат позже первых, то они отмеряют 14 минут.

Таким способом Серёжа тоже сможет узнать, сколько отмеряют вторые часы. Но он затратит намного меньше времени. 42 мин < 60 мин.

Таким образом Серёжа уложится в 1 час времени. Ответ: см. решение

+

Решение: №1.

Предположим, что Слава сделал за время прогулки 9x шагов. Тогда Юра сделал $9x:3\cdot4=12x$ шагов, а Костя сделал $12x:3\cdot5=20x$ шагов. Тогда получаем, что все вместе они сделали $9x+12x+20x=41x$ шагов.

$41x=2460$,

$x=2460:41$,

$x=60$.

$$\begin{array}{r|l} 2460 & 41 \\ \underline{246} & \overline{60} \\ 0 & \end{array}$$

Тогда получается, что +

Слава сделал $9\cdot60=540$ шагов.

Юра сделал $12\cdot60=720$ шагов

Костя сделал $20 \cdot 60 = 1200$ шагов.

Ответ: Юра сделал 720 шагов.

№5.

Решение:

Предположим, что можно отметить клетки таким образом.

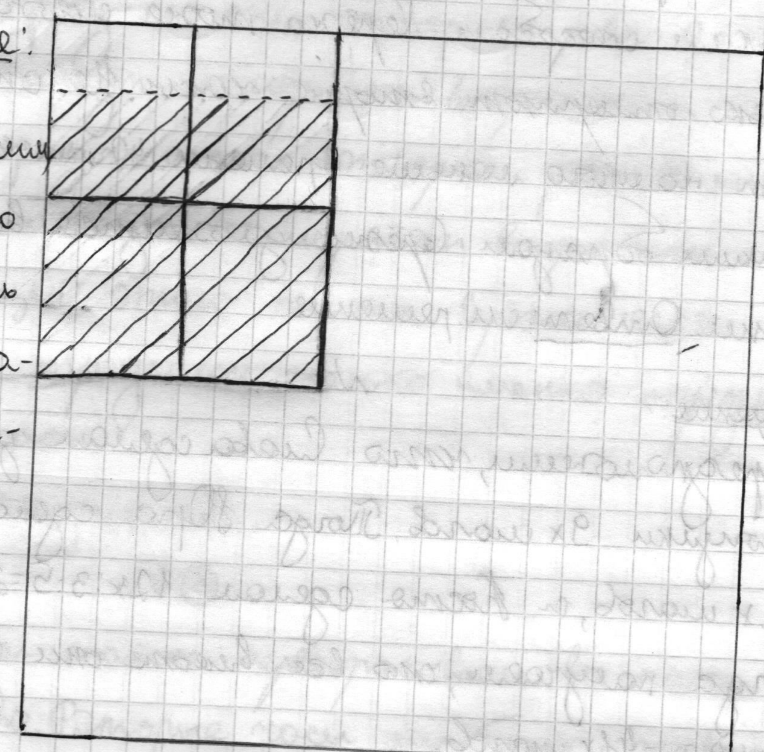


рис. 2.

На рисунке 2 нарисованы 4 прямоугольника со сторонами 4 и 5. В каждом из этих прямоугольников отмечено по 4 клетки. Получается, что всего в прямоугольнике со сторонами 8 и 10 отмечено $4 \cdot 4 = 16$ клеток. Из этого прямоугольника можно вырезать квадрат 8×8. В нём 13 отмеченных клеток. И следовательно мы получаем, что в полоске 8×2 (самой верхней) находится 16-13=3 отмеченные клетки. Проведя аналогичную операцию мы получим, что и в следующей полоске 8×2 тоже 3 отмеченные клетки (см. рис.3)

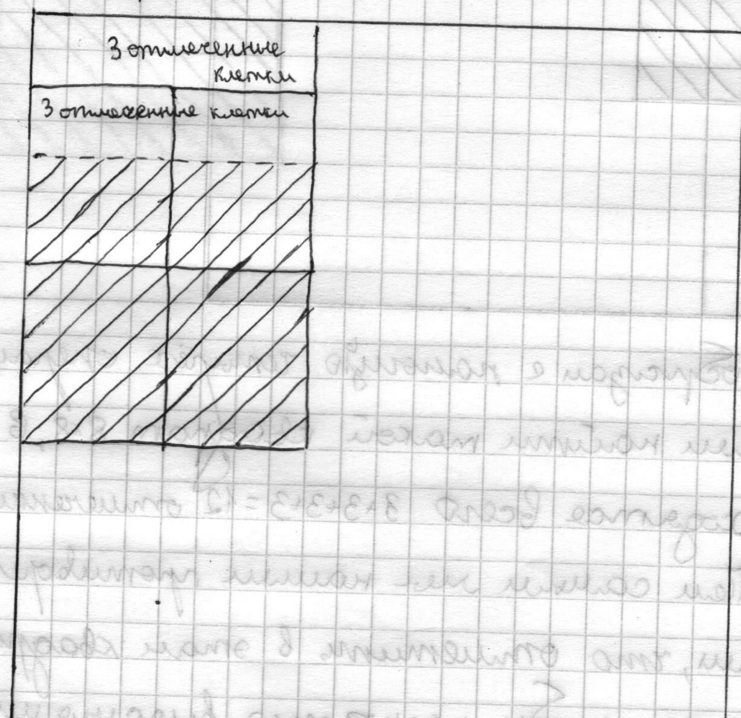
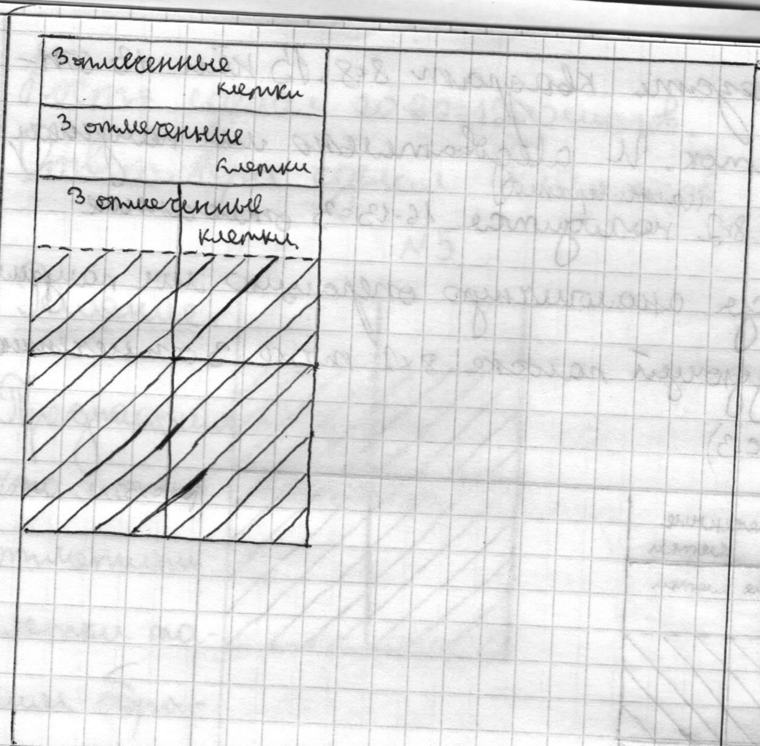


рис.3.

Таким образом мы проведём ещё две операции (см. рис.4 и рис.5). И тем самым мы найдём квадрат 8×8, в котором количество отмеченных клеток равно вовсе не 13, а 12.



Таким образом с помощью четырёх операций мы смогли найти такой квадрат 8×8, в котором находятся всего 3+3+3+3 = 12 отмеченных клеток. Тем самым мы нашли противоречие и доказали, что отметить в этом квадрате клетки так, чтобы полностью выполнялись все условия этой задачи.

Ответ: Нет, нельзя.

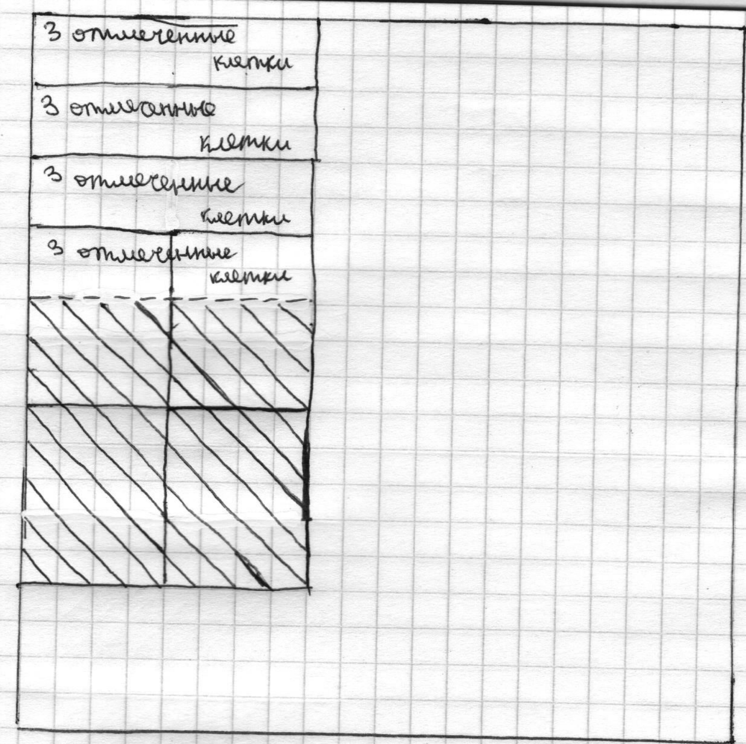

3 отмеченные клетки
3 отмеченные клетки
3 отмеченные клетки
3 отмеченные клетки

рис.5.