8

ТЕТРАДЬ

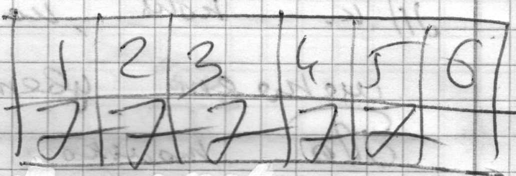
для МС-105

учени ________ класса ________

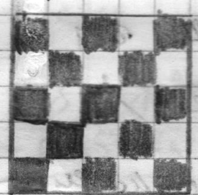
________ школы ________

Чисто вык.

1.



Раскрасим доску в шахматную раскраску



Предположим, что мы переставили коней.

в 1 столбце — 3ч и 2б клетки.
во 2 — 2ч и 3б клетки.

Конь, каждый свой ход меняет цвет клетки под собой.

Т.к. изначально было 3ч и 2б, а в конце стало 2ч и 3б, то нечёт кол-во коней изменило свой цвет клетки (иначе разница между кол-вом ч кл в начале и в конце была бы четной).

Т.к. конь, каждый ход меняет цвет клетки то только за нечёт кол-во ходов он сменит свой цвет на противоположный (т.к. каждый 2 он возвращает свой цвет).

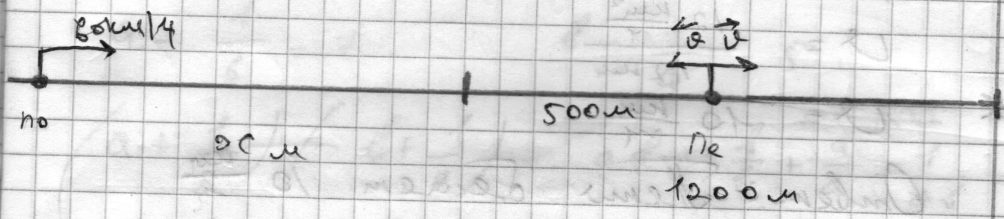
Т.к. кол-во сменивших коней – нечёт., кол-во ходов каждого такого коня – нечёт, оставших-ся коней – чёт, то сумма всех ходов – нечёт.

Но. т.к. мы можем ходить только двумя конями, то вся сумма ходов – чёт.

Противоречие.

Значит, нельзя так переставить коней.

№2.



Пусть поезду до туннеля x м.
Из условия:

1) $\frac{0,5 км}{v} = \frac{x}{60 \frac{км}{ч}}$

$x = \frac{0,5 км}{v} \cdot 60 \frac{км}{ч}$

2) Т.к. S туннеля = 1200 м, а Пете прошёл 500 м, то ему осталось 700 м до др. конца. Тогда,

$\frac{0,7 км}{v} = \frac{x + 1,2 км}{60 \frac{км}{ч}}$

$x + 1,2 км = \frac{0,7 км}{v} \cdot 60 \frac{км}{ч}$

3) Тогда,

$\frac{0,5 км}{v} \cdot 60 \frac{км}{ч} = \frac{0,7 км}{v} \cdot 60 \frac{км}{ч} - 1,2 км$

$\frac{30 \frac{км^2}{ч}}{v} = \frac{42 \frac{км^2}{ч}}{v} - 1,2 км$

$1,2 км = \frac{42 \frac{км^2}{ч} - 30 \frac{км^2}{ч}}{v}$

$$1{,}2\ км \cdot \vartheta = 12\frac{км^2}{ч}$$

$$\vartheta = \frac{12\frac{км^2}{ч}}{1{,}2\ км}$$

$$\vartheta = 10\frac{км}{ч}$$

Ответ: Петя бегает $10\frac{км}{ч}$

N3.

Пусть „x" $= 3 \cdot 5 \cdot 7$, а „y" $= 11 \cdot 13 \cdot 2$

Тогда, x и y - взаимнопросты (у них нет общего делителя)

Пусть „a" $= 3 \cdot 11$, а „b" $= 5 \cdot 13$

Тогда, a и b - взаимнопросты

$xy = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

$ab = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$

Значит, $xy \,\vdots\, ab$.

Но, $x \not\vdots\, a$, $x \not\vdots\, b$, $y \not\vdots\, a$, $y \not\vdots\, b$.

Но по теореме хотя бы x или y должен быть кратен a и b.

Противоречие.

№4.

$a+\frac{1}{b}=7 \qquad b+\frac{1}{a}=5$

$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{a}\right)=ab+\frac{b}{b}+\frac{a}{a}+\frac{1}{ab}=7\cdot5=35$

$\frac{b}{b}=1 \qquad \frac{a}{a}=1$

$ab+1+1+\frac{1}{ab}=35$

$ab+\frac{1}{ab}=33.$

a и $b\neq0$, иначе $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$ - не

имело смысла.

Ответ: 33.

№5

Пусть перед Петей x чел.

Предположим Петя проиграл 4 раза.

Тогда, сначала Петя ждёт $x-1$ партий, потом проигрывает и ждёт $7-x$, пока не вернётся на своё изначальное место.

Значит, цикл проигрыша занимает 7 партий ($x-1+1+7-x$)

~~Рассмотрим цикл победы. Он ждёт $x-1$ и играет одну партию, цикл завершает поражением и Петя ждет очереди своего места. Значит, это занимает $7+n$ партий, где n – победы. Т.к. Петя проиграл два раза, то прошло не более $7+7+n$ партий~~

~~Т.к. n − 7, то прошло не более 21 партии. Но их было 37. Предположим Петя проиграл 4 раза. Тогда партий не более 7 + 7 + 7~~

Т.к. Петя проиграл 4 раза, то прошло не менее $7 + 7 + 7 + 7 + 7$ партий $= 35$

(Т.к. побед семь и поражения − 4)

Предположим Петя проиграл 8 раза

Тогда, ~~от~~ ~~про~~ прошло не менее $7 \cdot 3 + 7 = 28$ партий.

Найдём максимум.

Это $28 + (\varkappa - 1)$ т.к. цикл поражения равен $7 + k$, где кол-во побед в цикле, то Петя возвращается на своё место.

и т.к. поражение 3, то до теннисного стола он дойдет не более 4 раз.
Т.к. чтобы подойти 5, то нужно снова вернуться вочереди, а для этого нужно 4-е поражение
$x \leq 8$ т.к. всего 8 чел.
Значит, максимум это — 35.
Но партий — 37.
Предположим, что он проиграл 5 раз.
Тогда, партий — не менее $5 \cdot 7 + 7 = 42$.
Но их 37.
Значит, Петя проиграл 4 раза.
Т.к. 37-9 партии — выиграна Петей, то
он сделал 4 цикла поражений

дошёл до стола и выиграл a_1-раз.
и все это $-$ 37.

$$(7+x_1)+(7+x_2)+(7+x_3)+(7+x_4)+$$
$$+(x-1)+a=37.$$

Т.к. x_1, x_2, x_3, x_4 и a $-$ это победы, то их сумма $= 7$.

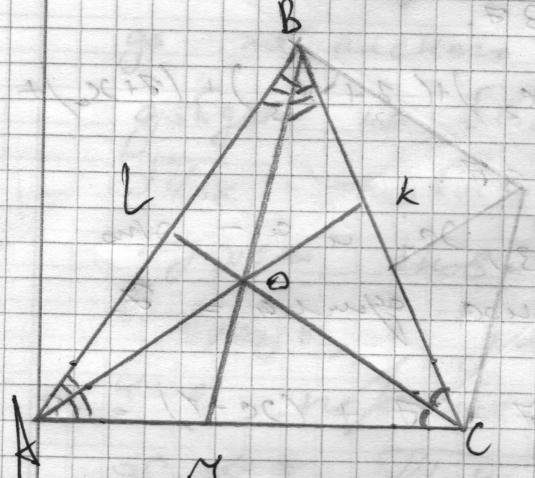
$$7+7+7+7+7+(x-1)=37$$
$$x-1=2$$
$$x=3.$$

Значит, перед Петей $-$ 3 человека.

Значит, Петя $-$ 4-й.

Ответ: 4-й по счёту.

№6



Т.к. P − всех маленьких Δ − равны, то $P_{\Delta} LBC = P_{\Delta ALC}$

$P_{\Delta} ABC = AL + LO + AO + AO + OM + AM +$
$+ OM + MC + OC - (2AO + 2OM)$

$P_{\Delta} LBC = LB + BO + OB + OB + BK + OK +$
$+ OK + OC + KC - (2OB + 2OK)$

Пусть $AM = x$, а $AL = x + \alpha$.

Тогда, $MO = y + \alpha$, а $LO = y$.

Пусть $BL = x + n$, $BO = z$.

Тогда, $OA = z + n - \alpha$

Пусть, $BK = x + k$.

Тогда, $OK = y + n - k$

Пусть, $KC = x + l$

Тогда, $OC = z + k - l$

Пусть, $MC = x + q$

Тогда, $x + q + y + \alpha = x + l + y + n - k$

$q + \alpha = l + n - k$

~~$x + q + z + k - l = x + z + n - \alpha$~~