

## Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников

по Математике

Шифр

--	--	--	--

МА-121

9 класс

№1

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35

Доказано

$$a^2 + b^2 - \text{верно}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - \text{верно}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - \text{верно}$$

Если число делится на 3, 4, 5, то...

...то оно делится на 60 (теорема Эйлера).

...то оно делится на 60 (теорема Эйлера).

$$\text{Пусть } a = 27, b = 36 \text{ то } a^2 + b^2 = 45^2$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 36 \\ \hline 162 \\ 810 \\ \hline 972 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 1080 \\ \hline 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 639 + 1296 = 1935 \\ 1935 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 36 \\ \hline 162 \\ 810 \\ \hline 972 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 1080 \\ \hline 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 639 + 1296 = 1935 \\ 1935 \end{array}$$

$$45 \cdot 45 = 40 \cdot 45 + 5 \cdot 45 = 1800 + 225 = 2025$$

$$a^2 + b^2 = 45^2$$

$$45^2 + c^2 = ?$$

$$c = 60 \text{ то по теореме Эйлера } 45^2 + 60^2 = 75^2$$

Шифр

--	--	--	--

МА-121

9 класс

$$15^2 + 60^2 = (15 \cdot 3)^2 + (15 \cdot 4)^2 = 15^2(3^2 + 4^2) = 15^2 \cdot 25 =$$

$$= 15^2 \cdot 5^2 = 75^2, \text{ что } c = 60$$

$$a^2 + b^2 = c^2 = 75^2, \text{ то}$$

$$36^2 + d^2 =$$

$$d = 100$$

$$75^2 + 100^2 = 15^2 \cdot 25^2 \cdot (3^2 + 4^2) = 75^2 \cdot 25 = (25 \cdot 75)^2 =$$

$$(175)^2, \text{ что } d = 100$$

Ответ:  $a = 27$ ,  $b = 36$ ,  $c = 60$ ,  $d = 100$   $\oplus 78$ .

N2

$$S(x) + x = 2019$$

Пусть  $x = 1000a + 100b + 10c + d$ , где  $x$  — четырехзначное число, то  $S(x) + x = 1000a + 100b + 10c + d + a + b + c + d =$

$$= 1001a + 101b + 11c + 2d = 2019$$

$$a, b, c, d \in [0, 9]$$

Если  $a = 0$ , то  $101b + 11c + 2d = 2019$

ногда для максимального значения

$$101 \cdot 9 + 11 \cdot 9 + 2 \cdot 9 = 909 + 99 + 18 < 2000, \text{ что}$$

при  $a = 0$  решить не



## Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников

по математике

Шифр

--	--	--	--

МА-121 9 класс

Если  $c \geq 3$ , то  $1001a \geq 3003$ , но  $1001a < 2019$ ,  
 значит  $c = 2$ , то  $1001a + 101b + 11c + 2d = 2019$

Если  $c = 2$ , то  $1001a + 101b + 11c + 2d = 2019$

$$101b + 11c + 2d = 17$$

Значит,  $b = 0$ , так как  $101b \geq 1$  противоречит  
 условию задачи  $101b < 101$ .

$11c + 2d = 17$ , а здесь  $11c$  и  $2d$  — четные, то  
 противоречие. Значит  $c = 1$ ,  $d = 3$ , тогда

$$X = 2013 - \text{ответ}$$

Если  $c = 1$

$$1001 + 101b + 11c + 2d = 2019$$

$$101b + 11c + 2d = 1018$$

Если  $b = 8$ , то  $101b = 1018$ , то  $c = d = 0$

значит  $c = 0$ ,  $d = 0$ ,  $b = 8$ ,  $X = 1001 + 101 \cdot 8 = 1809$ , но  $b = 8$

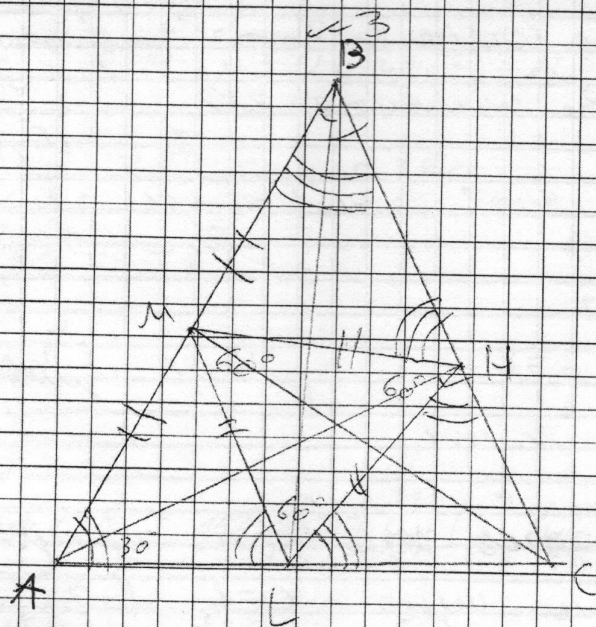
$$1001 + 11c + 2d = 1018$$

$$11c + 2d = 1017$$

Значит

значит  $c = 9$ ,  $d = 5$ , тогда  $X = 1995$ , значит  $c = 9$ ,  $d = 5$

Значит  $X \in \{2013, 1995\}$   $\oplus$  78.



Дано:

 $\triangle ABC$ 

АН - медиана

СМ - медиана

ВЛ - медиана

 $\triangle MNL$  - равносторонний.

Доказать:

 $ABC$  - равносторонний.

Решение

(1)  $\triangle ABN$  - равнобедренный, так  $AN = BN$  (медианы), так  $\angle M = \angle N$  (углы при основании), так  $AM = MB$ .

$$AM = MB = AN = BN = CL = LA$$

(2)  $\angle MAL = \angle MNA$ , так как  $\triangle AMN$  - равнобедренный, так  $\angle MBN = \angle MNL$ , так как  $\triangle BMN$  - равнобедренный, так  $\angle BNM = \angle BNL$ .

$$\angle BNM = 180^\circ - 2\angle MBN, \quad \angle BNM + \angle MNL = \angle MNL + \angle MAL = \angle MNL + \angle MBN = 180^\circ - 2\angle MBN = 180^\circ - 2(\angle MBN + \angle MNL) = 180^\circ - 2\angle BNM = 180^\circ - 2(180^\circ - 2\angle MBN) = 180^\circ - 360^\circ + 4\angle MBN = 4\angle MBN - 180^\circ = 180^\circ - 2\angle MBN$$

$$360^\circ - 2(\angle MBN + \angle MNL) = 180^\circ$$

$$\angle MBN + \angle MNL = 90^\circ$$

(3)  $\angle ALM + \angle NLC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ , так  $\angle MAL = \angle MNL = x$ , так  $x = \angle MNL$ , так  $\angle NLC = \angle MNL$ .



МА-121 9 класс

- В  $\triangle KAC \angle A = 90^\circ - 60^\circ - 30^\circ$ , тогда  $KC = \frac{AC}{2}$

- (5) ~~Triangle~~  $n=23$   $\angle HAC = \angle MAC$ ,  $MA \perp BC$

1.  $ABC \in \mu_{AHL}C$  (на 2-м этаже), а

$$\frac{AC}{AC} = \frac{LC}{BC}$$

$$\frac{K_C}{A_C} = \frac{1}{2} \quad \sim \quad \frac{L_C}{B_C} = \frac{1}{2}$$

Число ввиду!

$$\frac{1}{2} \angle ABC \quad ?$$

- ②  $\Delta MBH$ ,  $\angle MBH = \angle HBC$  или  $HB$  - биссектриса

- ③  $\Delta MNL \div \mu(C) \uparrow$  (we experienced),  $\text{we } \angle M'LB = \angle B'LM =$   
 $= \angle$ , we  $\angle L'B'C = \angle$  we

$\angle M \neq B = \angle LBM$ , но  $ML \parallel BC$  (по л. параллельных прямых). Значит,  $\angle M = \angle B$ .

- ⑤  $ML \parallel BC$ , и  $M$ -серединой  $AB$ , и  $ML$ -средней, и  $BC \rightarrow 2ML = 2MA = AB$ ; и  $\Delta ABC$  -  $\text{p/c}$  (по определению)

- ~~(3) МВ - сра линии, но M и L - сраго сорогоса  
сирогот, но I - сорогоса AC, и BL - сорогоса, но  
BL - сорогоса, но ABC~~

по математике.

Шифр

--	--	--	--

МА-121 9 класс

3)  $\triangle ABC$  - равнобедренный,  $HL = AL = LC$ , и  $L$  - середина  $AC$  (и  $\angle B$  - прямой, и  $\angle B$  тупой, и  $\angle B$  острый, и  $\angle B$  -  $180^\circ$ ),  
 и  $AL = \frac{1}{2} AC$ ,  $HL = \frac{1}{2} AC = BL$ , но  $AL = BL = LC$ , и  
 $ABC$  - равнобедренный (и равнобедренный, и  $\angle B$   $\neq 90^\circ$ ).  $\oplus$  75.

14.

Заметим, что если у нас есть два темных  
 камня, то при любом способе выбора  
~~камен~~ камней, темные или все темные  
 темные камни, а если у нас есть  
 светлые камни и нет темных, то  
 при любом способе выбора и темные и светлые  
 камни, но нет темных камней  
 камней

темных  $\times$  темных = темное  
 темных  $\circ$  темных = темных

темных + темных = темных

~~темных~~

темных  $\circ$  темных = темных

Заметим, что при любом способе  
 из 5 камней и у нас есть 5 темных  
 и 5 светлых камней



Шифр

МА-121 9 класс

Значит, если за один год  
ураган унес все население  
племени и даже его жиды и индейцы  
теперь все по последнему, и

$$\text{Temp.} \cdot \text{Temp.} = \text{Temp.}$$

$$\tau_{\text{unoz}} + \tau_{\text{unex}} = \tau_{\text{ungr}}$$

У ~~невероятно~~ быстрого и ~~хорошо~~ осмысленных изобретениях  
такого класса.

Затем, что ищете нечего сделать в жизни.

[illegible]

II. Игровое поведение пчелы в момент  
Взрослой, ирределенно на игровом этапе /ик  
За 5 секунд после первой игры пчелы  
непродолжительное (всего несколько), Третья секунда  
после первой игры пчелы пчелы  
пчелы и пчелы пчелы, пчелы  
пчелы пчелы.

Одобрено Временным правлением

④ 75

по математике

Шифр

--	--	--	--

МА-121 9 класс

15

Имя Фамилия Имя Фамилия

 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_{100}, x_{101}, \dots$ Итого: сумма  $y_i =$  сумма всех  $x_i$  слагаемых

С 1 по 1 вычитается, и.е.

$$y_1 = x_1$$

$$y_2 = x_1 + x_2$$

$$y_3 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$y_{101} = x_1 + x_2 + \dots + x_{101}$$

Для каждого  $y_i$  возьмем остаток от деления на 100, и.е.  $y_i \bmod 100$  и будем считать сумму остатков четверостирий (по условию задачи), т.е.

 $y_i - \text{или } y_i - \text{число где сумма остатков}$ чисел,  $0 \leq i < \infty$  зная суммувсех  $x \in j+1$  по  $\infty$  вычитается значениена 100, и.е. сумма чисел с  $x_{j+1}$  по  $x_{\infty}$  $= 100$  или  $200$



по математике

Шифр

--	--	--	--

МА-121 9 класс

так сформировать все перек 300 и больше  
 искомая сумма по кругу, но не все  
 возможные все для искомых значений.

 ~~$x_1, x_2, \dots, x_n$~~ 

или

$x_1, \dots, x_n$  и все возможные. Если  $S = x_1 + \dots + x_n$

Если  $S = 700$  то это неверно, а если  $S = 100$ ,

то все другие перек будут иметь сумму  
 ровно  $100 = 300 - 200 = 100$  и больше

Будут среди искомых, так как все перек  
 имеет по кругу, и  $x_1, \dots, x_n$  - возможные  
 значения,

Значит ~~они~~ они имеют всевозможные  
 перек искомых значений перек суммы  
 $100 = 200$ , и т.д.

⊕ 78