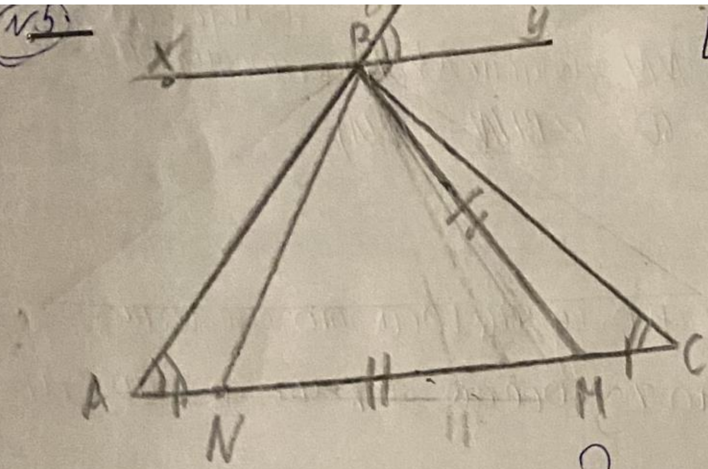

Дано:
$\triangle ABC$
$M \in AC$
$AM = BM + MC$
$\angle BMA = \angle MBC + \angle BAC$

Найти:
$\angle BMA$

Решение:

1. Д.п. на AM N так, чтобы $NM = BM$, тогда $AN = MC$ (~~...~~ разности соотв. равных величин: $AN + NM = AM = BM + MC$, $NM = BM$)
2. $\angle BMA = 180^\circ - \angle ABM - \angle BAM$ по сумме углов треуг.,
$\angle BMA = \angle BAM + \angle MBC$ по дан., (т.к. $\angle BAC \equiv \angle BAM$), т.е.
$180^\circ - \angle ABM - \angle BAM = \angle BAM + \angle MBC$
$180^\circ - \angle ABM - \angle MBC = 2\angle BAM$
3. Д.п. продлим AB и ~~...~~ на продолж. пост. точку O.
$\angle OBC = 180^\circ - \angle ABM - \angle MBC = 2\angle BAM$ (как части развёрн. угла)
4. Д.п. проведём BY – бисс-у $\angle OBC = 2\angle BAM$, продлим бисс-у в другую сторону от точки O и поставим точку X
$\angle OBY = \angle YBC = \angle BAM$ т.к. BY – бисс-а
5. $\angle BAM = \angle OBY$, ~~т.е. $XY \parallel AC$~~ при XY, AC, AB – сек., т.е. $XY \parallel AC$ (по признаку)
6. $\angle BCA = \angle YBC$ как накр. леж. при $XY \parallel AC$ и сек. BC
Получаем $\angle BAM = \angle OBY = \angle YBC = \angle BCA$; $\angle BAM = \angle BCA$ (по св-ву транзитивности), значит $\triangle ABC$ – равноб. с осн. AC (по признаку)
$AB = BC$ как боковые стороны (по опр.)
7. В $\triangle BMN$ $BM = MN$ (по постр.), т.е. $\triangle BMN$ – равноб. с осн. BN, значит $\angle NBM = \angle BNM$ (по признаку)
8. Рассм. $\triangle ABN$ и $\triangle CBM$
$\angle BAN = \angle BCM$ по доказ.
$AB = BC$ по доказ.
$AN = MC$ по доказ., т.е.
$\triangle ABN = \triangle CBM$ (по 2-м ст. и углу между ними) $\Rightarrow BN = BM$ – соотв. в равных треуг.

7 баллов

9. ~~Т.к.~~ $BM=NM$ по постр. | $\Rightarrow BN=BM=NM$, значит $\triangle NBM$ равносторонний
$BM=BN$ по доказ. | т.е. $\angle BMN=60^\circ$ $(\angle BMN=\angle BMA)$

Ответ: $\angle BMA=60^\circ$.

№4 Предположим, что у нас получилось это сделать. Тогда у каждого числа по 2 соседа, т.к. числа стоят по кругу.

Рассмотрим в кругу число 23. Его обязательные и единственные из возможных чисел соседи это 13 (на 10 меньше) и 1 (в 23 раза меньше). Других быть не может, т.к. если 23 увеличивать в целое кол-во раз большее 1 (1 нельзя, т.к. будет то же число), или увеличивать на 10, то получится число $x>25$, которое не входит в диапазон от 1 до 25. А если уменьшать 23 в целое число раз, отличное от 1 и 23 (23, т.к. уже есть такое число - 1, и 1, т.к. получится то же число), то получится не натуральное число т.к. 23 - простое. Значит единственные и обязат. соседи 23 это 1 и 13.

Аналогично доказываем, что единств. и обязат. соседи 19 - это 1; 17 - это 1. Из этого видно, что 1 обязательно должно стоять как минимум с 3-мя числами, но по выше сказ. у каждого числа 2 и только 2 соседа. Получим противоречие $\Rightarrow$ наше предположение неверно $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ так сделать нельзя.

№3 М и Т должны равняться 1 или 2 $\left(\begin{bmatrix} M=2; T=1 \\ T=2; M=1 \end{bmatrix}\right)$, т.к. нельзя 0 цифра ~~нельзя~~ числа 5-тизнач. и цифры 1, ~~2~~ 3 и более ~~н~~ (т.к. нет нуля, то итог будет >34000 $\left(\begin{array}{l}+3{*}{*}{*}{*}\\ 1{*}{*}{*}{*}\\ \hline 4{*}{*}{*}{*}\end{array}\right.$; 1 - миним. из возм. или $\begin{array}{l}3{*}{*}{*}{*}\\ 1{*}{*}{*}{*}\\ \hline 5{*}{*}{*}{*}\end{array}$), переход в ст. разряд. Тогда $A+O<4$, но $A\neq O\neq 1\neq 2$, т.е. буквы

…авно 0 или 3 (иначе итог будет $\overline{34abc}$, где a, b, c – не равны, т.е. $\overline{34abc} > 34000$).

~~Оставшиеся К и А могут иметь: К – 5, А – 4 значения, за искл. значений М, Г (равных 1 или 2)~~. Получаем, что $\left[\begin{array}{l} A = 3 \\ A = 0 \end{array}\right.$.

Если взять С такое, что $C + C < 9$ (например 4), то независимо от К и А ребус выполняется (т.к. итог – $\overline{338bc}$ или $\overline{339bc}$ при $C = 4$). Тогда к каждому из 2 знач. А (0 или 3), можно подобрать 5 значений К (не считая значение М, Г, А, С, О, т.к. разными буквами – разные цифры). Получаем $2 \cdot 5 = 10$ возможных пар цифр, ~~но они могут стоять как ab и как ba, т.е. $10 \cdot 2 = 20$~~ следовательно и значений

переход через разр.

Ответ: 10 значений.

ЦМ – 096

№2 Т.к. в конце у всех монет поровну, то у каждого по 48 монет (144:3). Расположим их в произв. порядке (не по возрасту), и начнём движение с конца. Т.к. каждый проиграл по 1 разу, то у них было 2 игры. Пусть первый гном выиграл последнюю, 3-ью игру, тогда у 2-х других перед этой игрой было в 2 раза меньше монет (проигравший даёт столько, сколько было, т.о. в итоге в 2 раза больше), т.е. по 24, (отдал по 24) – пусть. а у первого: $48 + 24 + 24 = 96$ (м.). Тогда 2-ую игру выиграл (например) 2-ой гном, тогда у 1-ого – 48, у 3-его – 12, а у 2-ого: $24 + 48 + 12 = 84$ монеты (48 и 12 – отдал). Получается 1-ую игру выиграл 3-ий гном, значит изначально у 1 по счёту гнома изначально было $48 : 2 = 24$ монеты, у 2-ого – $84 : 2 = 42$, а у 3-его – $12 + 24 + 42 = 78$ монет.

Т.к. по условию старший гном забрал большую часть от 144 монет, а средний – большую часть оставшихся, т.е. Старший > Сред. > Млад. Т.к. $78 > 42 > 24$, $78 > \frac{144}{2}$ и $42 > \frac{144-78}{2}$, то старший изначально забрал 78 монет.

Примечание: в 3 и 2 игре не важно, какой по счету гном выиграл, т.к. расположены они не по старшинству, а монет у…

те же 4 номов, из которых вычитали было поровну, т.е. результат остался бы тот же.

стр. 4 из 4

№1 1 случай: нет переходов через разряд

Если нет переходов через разряд, значит в итоговом числе на месте сотен, десятков и единиц, стоят цифры-результаты сложения 2 цифр-чисел, причем $x+y \le 9$ (иначе будет переход через разряд). Тогда обозначим цифры от 1 до 6 буквами от a до f, тогда сумма цифр итогового числа $\overline{abc}+\overline{def} = (a+d)+(b+e)+(c+f) = a+b+c+d+e+f =$ сумма (т.к. нет перехода) чисел от 1 до 6 $= 21$

Эвалв

2 случай: 1 переход через разряд

При переходе через разряд сумма цифр итогового числа (по 1 случаю) на 9 меньше суммы всех цифр, т.е. $21-9=12$.

Это так, потому что в разряде из которого осущ. переход будет цифра, на 10 меньшая результата сложения 2-х цифр, стоящих на месте этого разряда в числах Пети, но при этом, ~~...~~ знач. цифры в разряде в который осущ. переход, двеличено на 1, получаем $21+(-10+1) = 21-9 = 12$ (сумма цифр, не считая переходов — 21 из 1 случая)

3 случай: 2 перехода через разряд.

Если есть 2 перехода через разряд, то сумма двух цифр в 2-х разрядах ≥ 10, т.е. $(a+b) \ge 10$; $(c+d) \ge 10$, значит $a+b+c+d \ge 20$, но взяв наибольшие цифры из данных а именно от 3 до 6, то $3+4+5+6 \ge 20$ — неверно, т.к. $18 < 20$, значит перехода через 2 разряда нет.

Ответ: Варианты 21 и 12