МА-082

Задача 1

2021 - 19 - 24 - 23 - 21 - 17 - 22 - 19 - 24 - 23 ... и т.д.

* 2·4+15=23

2·3+15=21

2·1+15=17

1·7+15=22

2·2+15=19

1·3+15=24

Несложно заметить, что последовательность чисел на доске будет цикличной.
(19-24-23-21-17-22-19)

Тогда через каждые 6 минут на доске будет снова появляться 19.

Первый раз 19 появилось на доске на 1 минуте.
Тогда последний раз 19 появится на доске через $6\cdot9+1=55$ минут.

А еще через 5 минут после 19 появится 22 (по циклу)

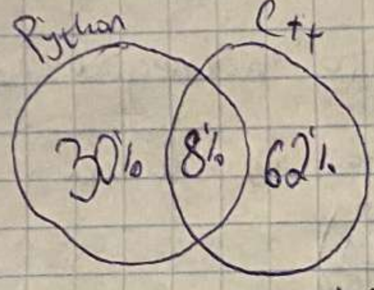
Т.е. через час на доске будет 22

Ответ: число 22.

1	2	3	4	5
7	~~6~~ 8	7	~~7~~	7

Задача 2

Заметим, что количество тех, кто изучает питон равно разности всех учеников и тех, кто изучает только C++



Значит, что бы количество тех, кто изучает питон было максимальным, количество тех, кто изучает только C++ должно быть минимальным

Количество тех, кто изучает только C++ равно разности количества всех, кто изучает C++ и количества тех, кто изучают оба языка.

Чтобы колич. тех, кто изучает только C++ было минимально надо, чтобы колич. всех кто изучает C++ было минимально (т.е. 70%), а количество тех, кто изучает оба языка максимально (т.е. 8%)

Тогда тех, кто изучает питон $100\% - (70\% - 8\%) = 38\%$

$\cdot 2021 = 767{,}98$ МА-082

Т.е. наибольшее число школьников, изучающих питон ровно 767. При вычислении 70% и 8% от 2021 получаются нецелые числа. Может проводиться округление или приобретение меньших упаковок.

Ответ: 767 человек

Необходимо уточнить/потерял

Задача 3 (будем рассматривать 2021 как „особую" цифру)

• если 2021 стоит вначале:

$\underline{2021} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}\ \underline{3}\ \underline{3}\ \underline{3}$

Число вариантов равно $3^5 = 243$, т.к. на каждом месте, из оставшихся пяти может стоять одна из 3 цифр (0, 1, 2)

• если 2021 стоит не вначале:

_ _ _ _ _ _

2021 может стоять на одном из 5 других мест на первом месте может стоять одна из двух цифр (1, 2). А на остальных 3 местах 1 из 3 цифр (0, 1, 2)

Т.е. число вариантов равно:

$5 \cdot 3^4 \cdot 2 = 810$ вариантов

Но есть ворионты, которые мы посчита-
дважды – это те, где 2021 присутствует дважды

_2021 2021_ _ – 3 ворионта
_ _2021 2021_ – 2 ворионта
_2021_ _ _2021_ – 3 ворионта

т.е. всего 8 таких ворионтов

Значит, всего таких чисел существует:

$243+810-8=1045$

Ответ: 1045 таких чисел

Зодача 5

- если $a>0$, $b>0$ и $x>0$, то

$a^2+bx+x^2>0$ – противоречие.

- если $a<0$, $b<0$ и $x<0$

$a^2+bx+x^2>0$ – противоречие

Получаем, что есть несколько ворионтов

- если $a<0$, то $x>0$, тогда и $b<0$

$\cancel{x^2}+ax+b^2=\cancel{x^2}+bx+a^2$

$ax+b^2=bx+a^2$

$-|a|x+b^2=-|b|x+a^2$

$b^2+|b|x=a^2+|a|x$

$a=b$; Ведь если $b>a$, то $a^2>b^2$ и $|a|x>|b|x$

МА-082

если $a>0, b>0$ и $x<0$

$x^2+ax+b^2=x^2+bx+a^2$

$ax+b^2=bx+a^2$

$-a|x|+b^2=a^2-b|x|$

$b^2+b|x|=a^2+a|x|$

Значит, $a=b$; ведь если $b>a$, то $b^2>a^2$ и $b|x|>a|x|$

• если $a=b=x=0$

То пара $a=0$ и $b=0$ подходит под все условия (Если $a=0$, то x тоже равен 0, тогда и b равен 0)

Значит, $a=b$, тогда $a^2=b^2$ и $a^2\geq 0$

Тогда $D=a^2-4b^2$

и получаем, что если $a\neq 0$ и $b\neq 0$, то дискриминант будет отрицательный. И тогда уравнения не будут иметь корней, т.е. и общих корней у них не будет.

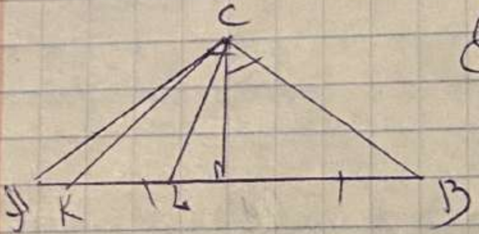
Значит, остаётся единственный вариант, что $a=b=0$ и их общий корень $x=0$

Ответ: $a=0$ и $b=0$

Задача 4

Проведём в этом треугольнике биссектрису с

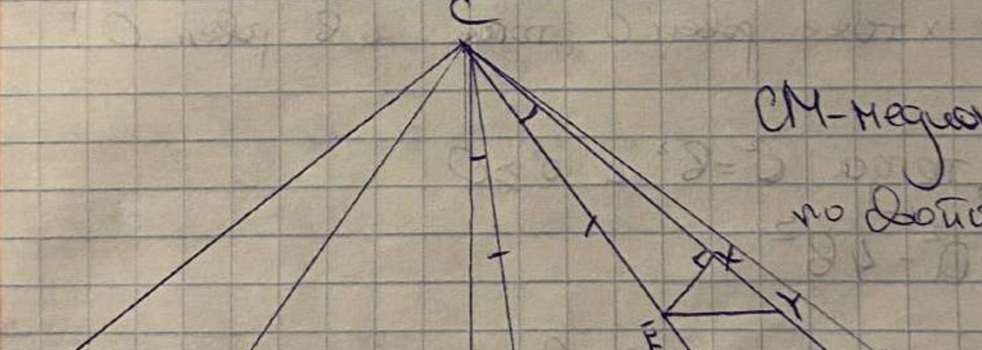
I вариант:



Если K и L находятся по одну сторону от M, то $KL < AM = \frac{AB}{2}$ (т.к. по свойству р/б $\triangle$ CM – медиана)

II вариант:

Если K и L находятся по разные стороны от M



CM – медиана и биссектриса по свойству р/б $\triangle$

Отразим $\triangle KCM$ от прямой CM и получим $\triangle CK_1M$ (K_1 лежит на BM, т.к. $\angle KCM < \angle BCM = \frac{\angle ACB}{2}$

~~Почему~~

Проведём прямую CD, т.ч. $\angle DCK_1 = \angle MCL$ (D тоже лежит на BM, т.к. $\angle K_1CM + \angle DCK_1 = KCL < \angle BCM = \frac{\angle ACB}{2}$

..., отложим $CE = CL$ (E лежит на CK_1, т.к. $CK_1 > CL$, ведь в $\triangle CLK_1$ лежит против угла $\angle CLK_1 > 90^\circ$)

... точку E проведём перпендикуляр EX на CD

MA-082

$\triangle MCL = \triangle XCE$ (по гипотенузе и острому углу)

Тогда $EX = ML$

Через точку E проведем $EY \parallel K_1D$ (Y лежит на XD, т.к. $\angle CYE < 90^\circ$)

Рассмотрим $\triangle XEY$: $EY > EX$, т.к. EY лежит против угла 90°

Т.к. $EY \parallel K_1D$, то $\angle CEY = \angle CK_1D$ и $\angle CYE = \angle CDK_1$

Тогда $\triangle CEY$ подобен $\triangle CK_1D$ по 3 углам

А т.к. $CE < CK_1$, то и $EY < K_1D$,

$EX < EY$, а $EY < K_1D$

Значит, $EX < K_1D$, а $EX = ML$, то $ML < K_1D < K_1B$

$KL = KM + ML < MK_1 + K_1B = MB = \frac{AB}{2}$

т.е. $KL < \frac{AB}{2}$