1	2	3	4	5
	7	7	7	7

Муниципальный этап

Всероссийской олимпиады школьников

по математике в 2017/2018 учебном году.

7 класс

Номер снилса:

173-961-383-00

Чистовик

№1.

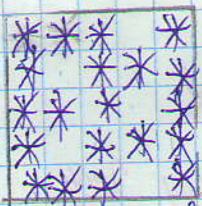
Пусть S, которое проходит Шпунтик за шаг равно x. Тогда, S, которое проходит Винтик за шаг равно $0{,}99x$.

Тогда, за некоторое время t Шпунтик пройдет $S = xt$, а Винтик пройдет $1{,}01(0{,}99x)t$, т.к. Винтик сделает на 1% шагов больше. Тогда $1{,}01(0{,}99x)t = 0{,}9999xt$. Т.к. $0{,}9999xt < xt$, то Винтик ~~пройдет~~ идет медленнее, а Шпунтик — быстрее.

Ответ: Быстрее идет Шпунтик.

№2.

Ответ: да, можно. Например, так:



Т.к. в каждом квадрате 2*2 3 звёздочки, а 3 ⋮ 3, то также возможно.

№3.

Ответ: наименьшее число задач, которое он мог решить равно 6, если он решил одну 10-бальную, четыре 8-бальных и одну 3-бальную. $10 + 8 \cdot 4 + 3 = 10 + 32 + 3 = 45$ баллов.

Пусть он мог решить меньше задач, т.е 5 и меньше.

Сначала рассмотрим случай, когда он не решил ни одной 10-бальной задачи. Тогда максимальное число баллов, которое он мог набрать равно $8 \cdot 5 = 40$, а $40 < 45$. Значит, он решил хотя бы одну 10-бальную задачу.

~~Теперь будем рассматривать решённые им задачи, начиная с 10-бальных, далее 8-бальные и,~~

~~Наконец 3-бальные.~~

45 - нечетное

Заметим, ~~что 45 ⋮ 3, а также нечетно~~, а т.к. 10 и 8 - четные числа, то если он не решил ни одной 3-бальной, то он набрал четное число баллов. Значит, он решил хотя бы одну 3-бальную задачу.

Даже если остальные 4 задачи на максимальное число баллов - 10, то т.к. он решил хотя бы одну 3-бальную задачу, то при решенных 5 или менее задачах он набрал бы максимально 10 · 4 + 3 = 43 балла. 43 < 45. Значит, он решил хотя бы 6 задач.

№ 4.

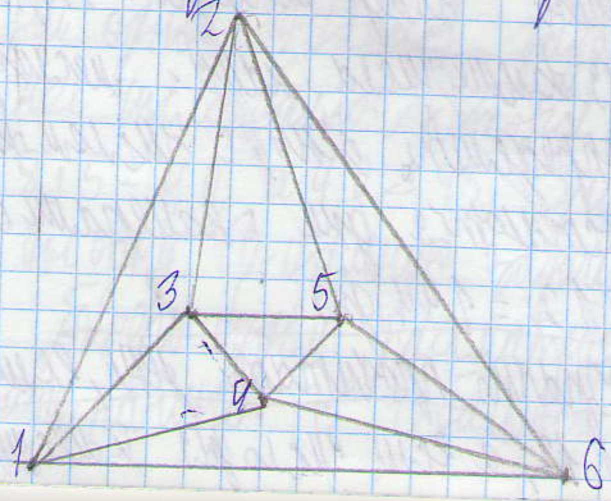
Т.к. самый большой номер месяца - 12, и ~~то~~ ~~наиб~~ число наиб. дня больше числа наиб. месяца то мы сможем определить день, с числом больше 12. Тогда, остаются дни с номерами от 1 до 12, т.е. 12 · 12 = 144 дня.

Мы можем неоднозначно прочитать день, если число меньше или равно 12, и если число дня и месяца различны, т.е. $x.y$ можно прочитать как x месяцев и y дней, или как y месяцев и x дней. Но если $x=y$, то $x.y = x.x$, и тогда его можно однозначно прочитать как x месяцев и x дней. Т.е. мы можем однозначно прочитать день, при одинаковых числах дня и месяца. Тогда, в каждом месяце есть день с числом, таким же как у месяца, а ~~день~~ это число не превышает 12. Тогда, из 144 вычитаем 12 дней. Остаётся 132 дня, которые можно прочитать по-разному.

Ответ: таких дней 132.

№5

Ответ: да, можно. Например так.



$\to$ – соединён, $\not\to$ – не соединён.

$1 \to 2, 3, 4, 6$; $1 \not\to 5$

$2 \to 1, 3, 5, 6$; $2 \not\to 4$

$3 \to 1, 2, 5, 4$; $3 \not\to 6$

$4 \to 1, 3, 5, 6$; $4 \not\to 2$

$5 \to 3, 4, 2, 6$; $5 \not\to 1$

$6 \to 1, 4, 5, 2$; $6 \not\to 3$.

Т.к. каждый дом соединён с 4 другими и с одним не соединён, то ~~всего~~ проведено из каждого дома по 4 тропинки. ~~Значит, такое возможно.~~ Кроме того, ни одна из них не пересекается с другой. Значит, такое возможно.

№1.

Пусть Шпунтик пройдёт за шаг расстояние x, а Винтик тогда пройдёт за шаг $x - 0{,}01x = 0{,}99x$.

Тогда, за некоторое время Шпунтик пройдёт y шагов, а значит, пройдёт расстояние xy.

Т.к. Винтик сделает на 1% шагов больше, то он сделает $y+0{,}01y=1{,}01y$ шагов, и расстояние – $(0{,}99x)(1{,}01y)$. Тогда, $(0{,}99x)(1{,}01y)=0{,}9999xy$. А т.к. $0{,}9999xy < xy$, то Винтик идёт медленнее, а Шпунтик – быстрее.

Ответ: быстрее идёт Шпунтик.