175 – 349 – 227 – 90
8 класс

Σ = 33

ТЕТРАДЬ

для ______________________________

____

учени__________ класса__________

______________ школы__________

____

____

Чистовик

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	5	33

№1.

Пусть a - масса 1-ого ряда, в - масса 2-ого ряда, c - масса 3-ого ряда, x - кол-во камешков в 3-ем ряду, y - вес камешка, которого взяли из 1-ого ряда, q - вес камешка, которого взяли из 2-ого ряда, z - вес камешка, которого взяли из 3-его ряда.

Из условие нам известно, что

$\frac{a-y+z}{12}-1=\frac{a}{12} \mid \cdot 12$

$a-y+z-12=a$

$z-y=12$

$z=12+y$

Также из условия известно

$\frac{b-q+y}{12}-2=\frac{b}{12} \mid \cdot 12$

$b-q+y-24=b$

$y-q=24$

$q=y-24$

+

7

Ещё из условия известно

$$\frac{c+9-z}{x}+4=\frac{c}{x} \quad \Big| \cdot x$$

$$c+9-z+4x=c$$

$$4x=z-9$$

$$4x=12+y-y+24$$

$$4x=36$$

$$x=9$$

Ответ: в 3-ем ряду было 9 камешков

№4.

Дадим всем ученикам номера от 1 до 15. Рассмотрим ученика под номером 1 и пронумеруем всех его друзей от 2 до 9 как минимум, после этого возьмём ученика под номером два. Предположим, что у него нет общих друзей с учеником номер 1, тогда нарисуем таблицу в которой знак "+" обозначает, что ученик чей номер стоит по горизонтали дружит с тем, чей номер стоит по вертикали.

+

7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		+	+	+	+	+	+	+	+						
2	+		+							+	+	+	+	+	+

Заметим, что если ученик под номером 2 не имеет общих друзей с учеником под номером 1, то у ученика номер 2 максимум 7 друзей, а в условии сказано, что их как минимум 8, значит у них есть ~~какая~~ какой-то общий друг, пусть это будет друг под номером 3. Заметим, что ученик под номером 3 дружит с 1-ым и 2-ым, 2-ой дружит с 1-ым и 3-им, а 1-ый дружит со 2-ым и 3-им. Значит 3 друга в классе есть всегда, что и требовалось доказать.

№3.

~~Для Начала~~ Во-первых, наши два числа должны начинаться с 1, предположим, что это не так и хотя бы одно число начинается с числа большего чем 1, тогда минимальное число, которое мы можем получить — это $1000 + 2000 = 3000$, что уже больше, чем нам нужно. Во-вторых, ~~второе число~~ +

вторая цифра должна быть двойкой, потому что если мы возьмём ~~число~~ что хотя бы у одного числа 2-ая цифра будет больше, чем 2-ойка, то минимально мы получим $1200+1300=2500$, что равно нашему ответу только в том случае, если десятки и единицы равны нулю, а по условию задачи цифры нашего числа должны возрастать слева направо. Значит наша сумма имеет вид:

$1200+x\cdot10+y+1200+z\cdot10+q$; $x>2$, $z>2$, $y>x$, $q>z$

Заметим, что сумма единиц не может быть равна нулю, т.к. не будет выполнятся условие задачи и не может ~~рав~~ быть равной 20, значит единственное число, которому она может равнятся – это 10, а это значит, что сумма десятков равна 90, или $x+z=9$ при выполнении неравенства наши пары x и z могут принимать только такие значения:

x	3	4	5	6
z	6	5	4	3

Рассмотрим 1-ый случай:

$x = 3$, $z = 6$

$y > 3$, $q > 6$

~~$y+z=$~~ $y + q = 10$

Это не возможно, т.к. $y + q$ уже как минимум равны 11.

Рассмотрим 2-ой случай

$x = 4$, $z = 5$

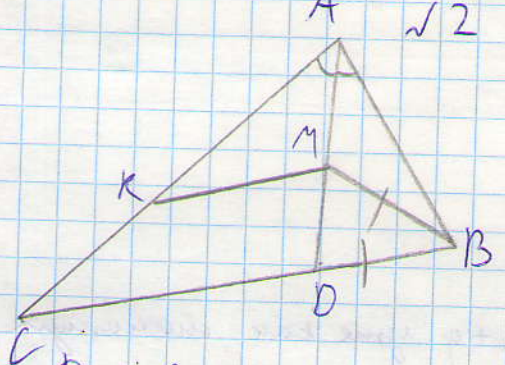
$y > 4$, $q > 5$

$y + q = 10$

Это не возможно, т.к. $y + q$ уже как минимум равны 11.

Заметим, что ~~3-ий~~ 3-ий и 4-ый случаи являются зеркальными 1-ого и 2-ого, значит они тоже не возможны $\Rightarrow$ нет таких двух чисел, чтобы их цифры возрастали слева направо, они были бы 4-ёх-значными и их сумма была бы равна 2500

№2



Дано: $\triangle ABC$, AD – бисс., $MB = DB$, $KM \parallel CB$

Док-ть: $AB = AK$

Док-во:

$MB = BD \Rightarrow \triangle MBD$ – р/б $\Rightarrow \angle DMB = \angle MDB = \alpha$

$KM \parallel CB$, $\angle KMD$ и $\angle MDB$ – н/л $\Rightarrow \angle KMD = \angle MDB$ (по св-ву н/л углов при парал. прямых)

$\angle KMD = \angle MDB = \alpha$

$\angle KMA = 180° - \angle KMD = 180° - \alpha$ (смеж.)

$\angle AMB = 180° - \angle DMB = 180° - \alpha$ (смеж.) $\Rightarrow \angle KMA = \angle AMB$

Рассмотрим $\triangle AKM$ и $\triangle AMB$.

1) AM – общая

2) $\angle AMB = \angle KMA$ (по док.)

3) $\angle KAM = \angle MAB$ (AM-бисс.)

$\Rightarrow \triangle AKM = \triangle AMB$ (по стороне и двум прилежащим к ней углам)

$\triangle AKM = \triangle AMB \Rightarrow AB = AK$ (как соотв. элем. в равн. треугольниках) ч.т.д.

№5. ? порядок

Сумма каких-то двух чисел равна нулю, пусть это будет $a+b=0$, не может быть такого, что $a=0$ и $b=0$, т.к. тогда

$$\left.\begin{aligned} a+d&=d\\ a+c&=c\\ b+d&=d\\ b+c&=c \end{aligned}\right| \Rightarrow a+d=b+d,\ a+c=b+c,$$

а этого быть не может, т.к. все 3 однозначных цифр — разные, остаётся 3 двузначных числа, а должно оставаться 4 $\Rightarrow b<0$

Если $b<0$, то это значит, что $a>0$, $c>0$, $d>0$, т.к. отрицательных сумм у нас нет.

Предположим, что $b+c \geq 10$, тогда $c \geq 10$, тогда $c+d>10$, $a+c>10$. Значит $a+d=3$ или 6, $a+d$ не может быть равен 3, т.к. тогда получается, что $a+d=3$, $b+d=6$, то есть прибавив к числу мы получили меньше, чем вычитая из него. Следовательно $a+d=6$, $b+d=3$. Мы можем составить систему ур-ий, учтя, что $b=-a$.

$\begin{cases} a+d=6 \\ -a+d=3 \end{cases}$ $\begin{cases} d=6-a \\ -a+6-a=3 \end{cases}$ $\begin{cases} d=6-a \\ a=1,5 \end{cases}$ $\begin{cases} d=4,5 \\ a=1,5 \end{cases}$

У нас получили дробные числа, а в задаче сказано, что все числа целые $\Rightarrow b+c<10$.
Теперь предположим, что $b+d \geq 10$, тогда $d \geq 10$, $c+d>10$, $a+d>10$. Тогда по аналогии с предыдущим док-вом $a+c=6$, $b+c=3$. Опять составим систему ур-ий:

$\begin{cases} a+c=6 \\ -a+c=3 \end{cases}$ $\begin{cases} a=1,5 \\ c=4,5 \end{cases}$

Опять числа дробные, чего не может быть, следовательно $b+d<10$
У нас получается, что $b+d<10$, $b+c<10$, а значит их значения равны 3 и 6. Пусть $b+d=6$, тогда $b+c=3$, $d=c+3$.
Значит все остальные суммы - двузначные, и какая-то равна 18. Предположим, что $a+c=18$, тогда сост. систему ур-ий:

$\begin{cases} a+c=18 \\ c-a=3 \end{cases}$ $\begin{cases} c=3+a \\ a+3+a=18 \end{cases}$ $\begin{cases} c=3+a \\ a=7,5 \end{cases}$ $\begin{cases} c=10,5 \\ a=7,5 \end{cases}$

Получились дробные числа, которых по условию задачи быть не должно.
Теперь предположим, что $c+d=18$, тогда, зная, что $d=c+3$, составим ур-е:

$c+c+3=18$

$2c=15$

$c=7,5$

c - дробное, что опять же ~~не~~ невозможно.
Остаётся последний случай.

$a+d=18$

Составим снова систему ур-ий:

$$\begin{cases} a+d=18 \\ d-a=6 \end{cases} \begin{cases} d=6+a \\ a+6+a=18 \end{cases} \begin{cases} d=12 \\ a=6 \end{cases}$$

Тогда $c=d-3=12-3=9$, а $b=-a=-6$. Значит Даниил загадал числа 6, -6, 9, 12

нет проверки, что сест. числа двузнач.