ErichKrause

тетрадь

для

снилс: 174-163-147-58

учени .... класса 8

.... школы

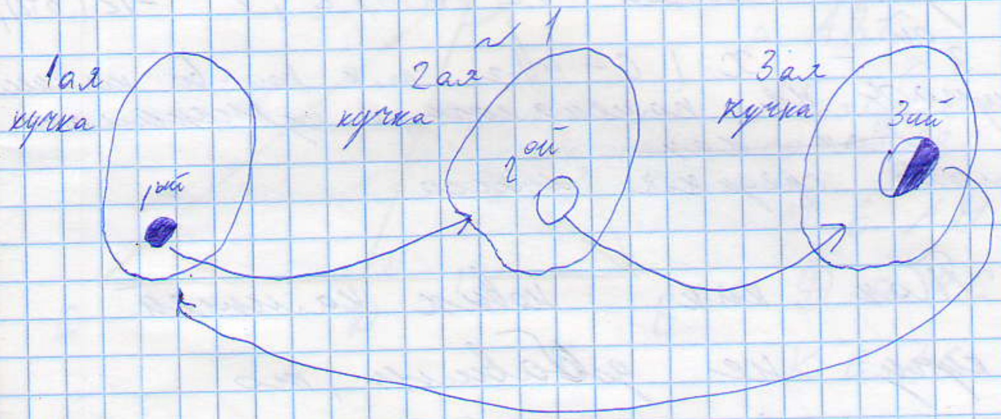
1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35

18

клетка

Чистовик

сними 174 - 163 - 147 - 58



Пусть в $3^{ей}$ куче x камней.

Средняя ~~вес камня~~ масса минералов $1^{ой}$ кучи равна aг, $2^{ой}$ кучи - $в$ г, $3^{ий}$ кучи - cг.

Вес кучи равен средняя масса минерал. умножить на кол-во камней в куче.

Значит масса $1^{ой}$ кучи равна $12a$ г, $2^{ой}$ - $12в$, а $3^{ий}$ - xc г

до перекладки

Масса всех камней равна $12a + 12в + xc$ г.

После перекладки камней масса $1^{ой}$ кучи стала $12(a+1)$ г, $2^{ой}$ $-12(b$
и $3^{ей}$ $-$ $x(c-4)$ г. т.к. кол-во камн
в кучах не поменялось, а изменилас
~~Так как~~
только средняя масса.

Так как новых камней в кучу не добавили, то масса всех камней осталась такой же.

Значит,

$12(a+1)+12(b+2)+x(c-4)=12a+12b+xc$

$12a+12+12b+24+xc-4x=12a+12b+xc$

$4x=\cancel{12a}+12+\cancel{12b}+24+\cancel{xc}-\cancel{12a}-\cancel{12b}-\cancel{xc}$

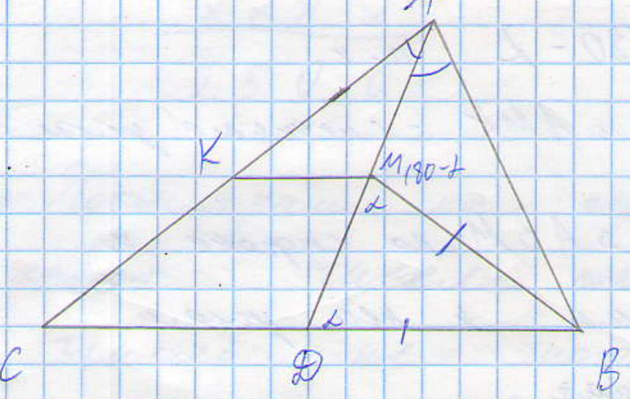
$4x=36$

$x=9$

Значит в третей куче лежит 9 минералов.

Ответ: 9 минералов лежит в $3^{ей}$ куче.

№ 2



Дано:

$\triangle ABC$

AD – биссектриса $\triangle ABC$

$M \in AD$

$D \in BC$

$K \in AC$

$KM \parallel BC$

$BM = BD$

Доказать

$AB \overset{?}{=} AK$

$\triangle BMD$ – равнобедренный по определению т. к. $BM = BD$ по условию

Значит, $\angle MDB = \angle BMD$ по ~~краю~~ свойству равнобедренного треугольника.

Пусть $\angle MDB = \alpha$, тогда $\angle BMD = \alpha$, а $\angle BMA = 180 - \alpha$ т. к. $\angle BMA$ и $\angle DMB$ – смежные.

$\angle KMD$ и $\angle MDB$ – накрест лежащие при параллельных прямых KM и BC и секущей MD.

Значит, $\angle KMD = \angle MDB = \alpha$.
$\angle AMK = 180 - \alpha$ т.к.
$\angle KMD$ и $\angle AMK$ - смежные углы

$\triangle AKM = \triangle ABM$ по стороне и 2[ум] прилежащим к ней углам
1) AM - общая
2) $\angle CAD = \angle BAD$ т.к. AD - биссектриса $\angle ABC$
3) $\angle AMK = \angle AMB = 180 - \alpha$.

Значит, AK = AB из равенства треугольников.

№3

~~xxxx~~ Допустим, что можно, тогда есть два четырёхзначных числа сумма которых равна 2500, а цифры идут в порядке возрастания с права на лево.

Найдём их

$$
\begin{array}{r}
x\,x\,x\,x \\
+\;x\,x\,x\,x \\
\hline
2\,5\,0\,0
\end{array}
$$

Посмотрим на первые цифры этих чисел. понятно что число не может начинаться с 0. Значит оба числа начинаются с 1 т. к. иначе их сумма $3 \leq$.

$$
\begin{array}{r}
1\,x\,x\,x \\
+\;1\,x\,x\,x \\
\hline
2\,5\,0\,0
\end{array}
$$

Рассмотрим $2^{ые}$ цифры этого числа. Из условия следует что они $2 \leq$. Возможно 2 случая когда обе цифры 2, или когда одна 2, а другая 3. иначе их сумма $6 \leq$.

Если одна 2, а другая 3, то их сумма 5 и тогда у нас сума чисел 12xx + 13xx ≥ 25
чтобы она была равна 2500 остал нас цифры в этих числа 0, что противоречит условию.

Значит, обе вторые цифры 2

$$\begin{array}{r} 12xx \\ +\ 12xx \\ \hline 2500 \end{array}$$

Посмотрим на последние цифры этих чисел они должны быть не меньше 4 т.к. стоят на 4ом месте с лева. Их сума равн оканчивается на 0. Значит, это либо 4 + 6 = 10, либо 5 + 5 = 10.

Но тогда сумма 3^{их} цифр

равна 9 т.к. эти цифры точно не меньше 3, а их сумма +1 оканчивается на 0 (т.к. при сложении единицу у нас получилось 10 и десяток переходит) а больше 19 их сумма + 1 быть не может

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19

но в I случае

1 цифра ~~не бо~~ меньше 4, т.к. последняя цифра числа 4, а 2ая цифра меньше 6 т.к последняя цифра этого числа 6 и значит их сумма ≤ 8 что точно не равно 9.

А во II случая

1ая и вторая цифра не больше 4 т.к. последние цифры этих чисел 5.

Получили противоречие.
Значит, нет таки четырёх-значных чисел.

Ответ: нет, нельзя.

№ 4

Возьмём какого-нибудь человека x у него не менее 8 друзей в классе. Значит оставшийся класс можно разбить на две кучи

„друзей" x и „не друзей" x

В куче друзей не менее 8 челове[к], а в куче „не друзенией" не более $15 - 1 - 8 = 6$-ти человек.

Возьмём какого-нибудь человека y. из кучи „друзей" x.

У него ещё ~~хотя бы~~ ~~как~~ не менее $8-1=7$ друзей помимо x.

Т. к. в группе „не друзей" x не более 6 человек а у него ~~есть~~ ещё не менее 7 друзей, то хотя бы один из его друзей находиться в группе „друзей" x и тогда они и есть те 3 друга.

№ 5

Всего сумм 6, Артём запомнил 4. Значит, осталось ещё две.

Пусть сумма первой оставшейся суммы x, а второй y.

Тогда,

$(a+b)+(a+c)+(a+d)+(b+c)+(b+d)+(c+d)=$
$0+6+18+3+x+y$

$3(a+b+c+d)=27+x+y$

Допустим, что сумма x и y

состоят из разных слагаемых, тогда $x+y$ мы можем записать как $a+b+c+d$.

И тогда.

$3 \cdot (a+b+c+d) = 27 + (a+b+c+d)$

$2(a+b+c+d) = 27$

$a+b+c+d = 13,5$

Но т.к. a, b, c, d – целые числа, а 13,5 – дробное, ~~та~~ то такого быть не может.

Значит, x и y суммы с одним повтор. слагаемым.

Пусть $x = a+b$, а $y = a+c$, тогда

$3(a+b+c+d) = 27 + 2a+b+c$

$a + 2b + 2c + 3d = 27$

Т. к.

$x = a + b$, $y = a + c$, то

$(a+d) + (b+c) + (b+d) + (c+d) = 27$

Рассмотрим эти суммы

$a+d$ $b+c$ $b+d$ $c+d$

Заметим, что 3 из 4 т.к. 0, 6, 18 $\vdots 2$, а 1 нечётная т.к.

$3 \not\vdots 2$.

Допустим что числа b и c разной чётности тогда

$b + c$ – Н + Ч = Н

$b + c$ – Н, а все остальные чётные.

Но тогда $b + d$ и $c + d$ – четные

А если к числам с разной чётностью добавить одно и тоже число. То получившиеся числа будут разной чётности

Н + Н = Ч, а Ч + Н = Н
Ч + Н = Н, а Н + Н = Ч
Н + Ч = Н, а Ч + Ч = Ч
Ч + Ч = Ч, а Н + Ч = Н

Значит, b и c одной чётности.

Тогда

b + c – Ч т.к. Н + Н = Ч и Ч + Ч = Ч

и b + d ; c + d – Ч т.к.

c и b – одной чётности, а если к числам одной чётности прибавить одно и тоже число, то получатся числа одной чётности. А нечётных ед. чисел у нас только одно.

Значит,

$\overset{Н}{a+d}$, $\overset{Ч}{b+d}$ $\overset{Ч}{c+d}$ $\overset{Ч}{b+c}$

Допустим $b + c = 0$, но тогда
$c = -b$
И значит
$(b + d) + (d + c) = 18 + 6$
$b + d + d - b = 24$
$2d = 24$
$d = 12$
Значит либо c либо b равны
$6 - 12 = -6$, а $a = 3 - 12 = -9$
И тогда сумма $a + c$ или
$a + b$ равна $-6 + (-9) = -15$, а
они должны быть обе натуральными.
Значит 0 равно $c + d$ или
$b + d$ тогда либо $d = -c$ либо
$d = -b$
И тогда
$(c + b) + (b + d) = 18 + 6$

Допустим $b + c = 0$, но тогда

$c = -b$

И значит

$(b + d) + (d + c) = 18 + 6$

$b + d + d - b = 24$

$2d = 24$

$d = 12$

Значит либо c либо b равны

$6 - 12 = -6$, а $a = 3 - 12 = -9$

И тогда сумма $a + c$ или

$a + b$ равна $-6 + (-9) = -15$, а

они должны быть обе натуральными.

Значит 0 равно $c + d$ или

$b + d$ тогда либо $d = -c$ либо

$d = -b$

И тогда

$(c + b) + (b + d) = 18 + 6$

~~и либо~~

$c + b + b - c = 24$

$2b = 24$

$b = 12$

или

$(c + b) + (c + d) = 18 + 6$

$c + b + c - b = 24$

$2c = 24$

$c = 12$

Тогда I $d = \overset{18}{(c+d)} - \overset{12}{c}$ либо $d = 6$

$\overset{18}{(b+d)} - \overset{12}{b} = 6$

$d = 6$ тогда $a = -3$ т.к

$a + d = 3$ $(b$ или $c) = 12$ ~~или~~ и

$(c$ или $b) = \overset{6}{(c+d)} - \overset{18}{d}$ или $\overset{6}{(b+d)} - \overset{18}{d}$

$c = -6$ или $b = -6$

И тогда либо $a + c$ либо $b + c$ равно $-3 + (-6) = -9$ - отрицательное, а обе суммы должны быть положительными.

Значит, II либо $c + d = 6$, где $c = 12$, либо $b + d = 6$, где $b = 12$, значит $d = -6$, тогда $a = 3 + 6 = 9$ т.к. $a + d = 3$, $a | b$ или $c | = 6$ т.к. $b + d = 0$ или $c + d = 0$

Тогда Даниил загадал числа -6; 6; 9; 12

Проверка

$-6 + 6 = 0$

$9 + (-6) = 3$

$12 + (-6) = 6$

$12 + 6 = 18$

которые Артём запомнил

$6 + 9 = 15$ – натуральные

$12 + 9 = 21$ – двухзначные

которые забыл

Ответ: Даня загадал -6; 6; 9; 12