Зодочо № 1:

$$\begin{array}{r} + \ a\,b\,c \\ d\,e\,f \\ \hline \end{array}$$

Запишем получившееся у Пети трехзначные числа виде $\overline{abc}$ и $\overline{def}$. И сложим их в столбик. У нас получится какое-то трехзначное или четырехзначное число. Если во время сложения ни разу не было перехода через разряд, то сумма цифр получившегося числа будет равна сумме чисел от 1 до 6: $\begin{array}{r} + \ a\,b\,c \\ d\,e\,f \\ \hline a{+}d \ b{+}e \ c{+}f \end{array}$ $a+b+c+d+e+f = 1+2+3+4+5+6$

Сумма цифр от 1 до 6 равна 21.
У нас уже есть один вариант значения суммы цифр получившегося у Пети числа: 21

Переход через разряд может быть в двух случаях:
① 6 и 5 - находятся в одном разряде

$$\begin{array}{r} + \ a\,b'\,6 \\ d\,e\,5 \\ \hline a{+}d \ b{+}e{+}1 \ 1 \end{array}$$

Сумма цифр равна $a+d+b+e+2$, где a, d, b, e - оставшиеся цифры, тоесть 1, 2, 3, 4

Получаем $1+2+3+4+2=\underline{12}$
Перехода через 2 разряда здесь быть не может, т.к. наибольшие оставшиеся числа это 4 и 3. Они в сумме дают 7.
$7+1=8$ $8<10$

1 | 2 | 3 | 4 | 5

② 6 и 4 - находятся в одном разряде

$$\begin{array}{r} + \ a\,b'\,6 \\ d\,e\,4 \\ \hline a{+}d \ b{+}e{+}1 \ 0 \end{array}$$

Сумма цифр равна $a+d+b+e+1$
a, d, b, e - это 1, 2, 3 и 5. Тоесть сумма цифр равна $\underline{12}$
Здесь аналогично не может быть перехода через 2 разряда, т.к. наибольшие оставшиеся цифры - это 5 и 3; $5+3=8$ $8+1<10$.
Итого получаем, что сумма цифр получившегося у Пети числа может быть равна 21 или 12.

Ответ: у него могло получится 21 или 12

Задача 1. Продолжение:

Также есть второй способ решение.

Если нет ни одного перехода через разряды, то сумма цифр получившегося числа будет равна 21.

Если же при сложении есть 1 переход через разряд, то сумма цифр числа будет на 9 меньше суммы цифр двух изначальных чисел:

$$\begin{array}{r@{\;}l} & a^{+1}\ x \\ + & b\ \ y \\ \hline & \underset{+1}{a+b}\ \ \underset{-10}{x+y} \end{array}$$

Здесь сумма цифр суммы двух чисел равна $a+b+1+x+y-10=a+b+x+y-9$

А сумма цифр двух изначальных чисел будет равна $a+b+x+y$

Если же есть два перехода через разряды то сумма чисел получившегося числа будет уже на $9\times 2=18$ меньше чем сумма сумм цифр изначальных чисел.

Итак, можно сказать, что сумма цифр получившегося числа (S) равна:

$S=a-9\cdot b$, где a — сумма сумм цифр двух изначальных чисел, а b — количество переходов через разряд.

В нашей задаче S может быть равна

- $S= \ \ -9\cdot 0=21$
- $S=21-9\cdot 1=12$
- $S=21-9\cdot 2=3$

3-его варианта быть не может, т.к. наше число не может иметь сумму цифр равную 3 (оно больше 381 и меньше 1173)

Задача № 2:

После 3 игр у всех осталось поровну монет
144:3=48, то есть в конце у каждого оказалось 48 монет

После 3-ьей игры число монет у двух каких-то гномов увеличилось в два раза. То есть после 2-ой игры у двух гномов было по 48:2=24 монеты, а у третьего - 144-24-24=96 монет.
Также поступим и со второй и первой играми и составим таблицу

1 гном ①	2 гном ②	3 гном ③	
48	48	48	в конце
48:2=24	48:2=24	144-24-24=96	перед 3-ьей игрой
24:2=12	144-12-48==84	96:2=48	перед 2-ой игрой
144-42-24=78	84:2=42	48:2=24	перед 1-ой игрой (в начале)

① - в какой по счету игре проиграл данный гном

Получается, что перед игрой у гномов было: у одного 78, у другого 42 и у последнего 24. (78>42>24)
Больше всего монет было у Бима, то есть изначально Биму досталось 78 монет, следовательно Бому - 42 монеты и Баму - 24.
Ответ: изначально Биму досталось 78 монет.

Задача № 3: АМ-001

МАСКА+ТОСКА<34000

М и Т - различные цифры, больше 0 (т.к. число не может начинаться с 0.

Также М+Т≤3. Отсюда получаем, что М и Т равни 1 и 2 (либо М=1 и Т=2, либо М=2 и Т=1)

МАСКА = М·10000 + АСКА

ТОСКА = Т·10000 + ОСКА

МАСКА+ТОСКА=30000+АСКА+ОСКА =>

АСКА+ОСКА < 4000

Значит, А+О<4

А и О не могут быть равны 1 и 2, т.к. различными буквами обозначены различные цифры)

Значит, А и О равны 0 и 3 (либо А=0 и О=3, либо А=3 и О=0)

СКА+СКА<34.000-30.000-3000

СКА+СКА <1000

Если С≥5, то неравенство не будет выполнено.

Цифры 0,1,2 и 3 заняты, поэтому С=4

К-может быть равно любой цифре от 5 до 9 включительно (все остальные значения уже „заняты" другими буквами)

Для К есть 5 вариантов возможных значений

А для А есть всего 2 таких варианта (либо А=0, либо А=3)

Поэтому всего двузначное число КА может принимать 5×2=10 значений

Ответ: 10 значений

Задача № 4:

Рассмотрим, какие соседи могут быть у простых чисел 17, 19 и 23.

① Число 17 отличается на 10 от чисел 7 и 27
Число 27 не входит в диапазон от 1 до 25.
В несколько раз число 17 отличается от 1, 34, 51 и т.д.
Числа 34, 51... также не входят в диапазон от 1 до 25.
И таким образом получаем, что число 17 может „соседствовать" с числами 1 и 7

② Число 19 отличается на 10 от чисел 9 и 29.
Число 29 не входит в диапазон от 1 до 25.
В несколько раз число 19 отличается от чисел 1, 38, 57 и т.д. Но числа 38, 57... также не входят в диапазон от 1 до 25.
Итого, 19 может „соседствовать" только с числами 1 и 9

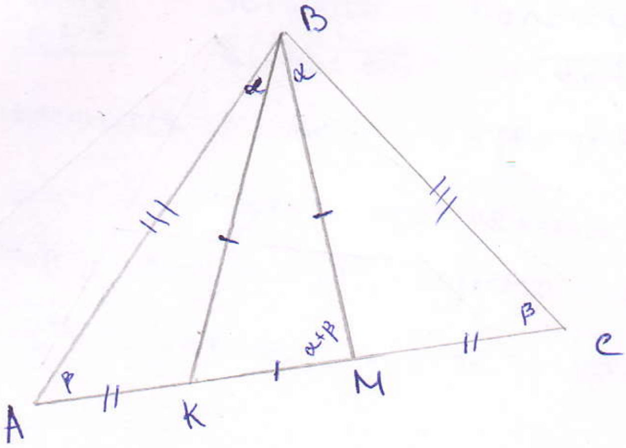
③ Число 23 отличается на 10 от чисел 13 и 33. Но число 33 не входит в диапазон от 1 до 25.
В несколько раз число 23 отличается от чисел 1, 46, 69 и т.д. Но числа 46, 69... также не входят в диапазон от 1 до 25. Итак, 23 может „соседствовать" с числами 1 и 13

т.к. у каждого числа в кругу должно быть ровно 2 „соседа"
Получаем, что 17 стоит между 1 и 7; 19 - между 1 и 9 и 23 - между 1 и 13.

Но тогда у числа 1 получается 3 соседа, а может быть только 2. Противоречие, значит таким образом числа от 1 до 25 по кругу записать нельзя

Ответ: Нет, нельзя

Задача № 5:



Дано:

$AM = BM + MC$

$\angle BMA = \angle MBC + \angle BAC$

Найти: $\angle BMA$

Решение:

Проведём BK так, что $AK = MC$ и $MK = BM$. Это возможно, потому что $AM = BM + MC$

Пусть $\angle MBC = \alpha$, а $\angle BAC = \beta$. Тогда $\angle BMA = \angle MBC + \angle BAC = \alpha + \beta$

$\angle BMA$ - это внешний угол к $\triangle MBC \Rightarrow \angle MBC + \angle MCB = \angle BMA = \alpha + \beta$

$\angle MCB = \alpha + \beta - \angle MBC = \alpha + \beta - \alpha = \beta$

$\angle BAC = \angle BCA \Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедренный и $AB = BC$

$$\left.\begin{array}{l} BC = AB \\ \angle BAC = \angle BCA \\ AK = CM \end{array}\right| \Rightarrow$$ По двум сторонам и углу между ними $\triangle ABK = \triangle BCM$

$BK = BM$ (как соответсвенные стороны в равных треугольниках)

$BK = BM = MK \Rightarrow \triangle BMK$ - равносторонний

Т.к. $\triangle BMK$ - равносторонний, то все его углы равны $60°$

Значит, $\angle BMA = 60°$

Ответ: $\angle BMA = 60°$