МС-167

ТЕТРАДЬ

для _____

_____

учени_____класса_____

_____школы_____

_____

_____

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35

Чистовик.

№ 1

Предположим, что x, y, z — разные числа.

$$xy + 2021 z = yz + 2021 x$$

$$xy - yz = 2021 x - 2021 z$$

$$y(x - z) = 2021(x - z)$$

Т.к. $x \neq z$, то $y = 2021 \dfrac{x-z}{x-z} = 2021.$

$$yz + 2021 x = zx + 2021 y$$

$$yz - zx = 2021 y - 2021 z$$

$$z(y - x) = 2021(y - x)$$

Т.к. $y \neq x$, то $z = 2021 \dfrac{y-x}{y-x} = 2021.$

Значит, $y = z = 2021$, но по

предположению x, y, z — разные числа.
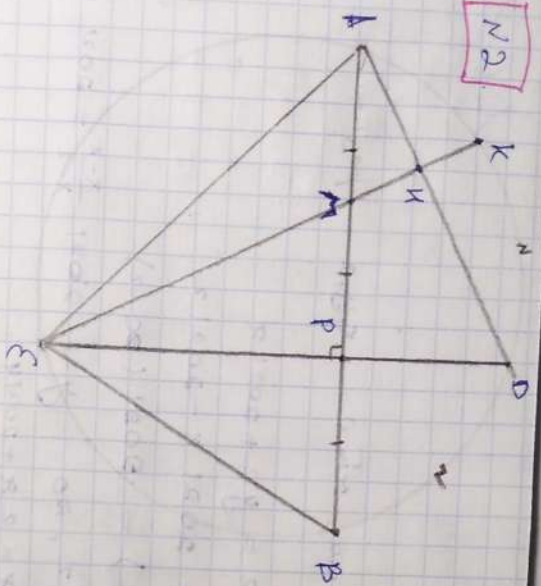
Противоречие.

Значит, что хотя бы два числа

из x, y, z — равны.

Ч. т. д.

⊕ 7б.

Дано:

AB — хорда

$AP = 2PB$, $P \in [AB]$.

DE — хорда

$DE \perp AB$

$DE \cap AB = P$

M — середина AP.

M — ориентир $\triangle AeD$.

Доказать своиство.

EP — высота и медиана $\triangle AeB$, MC-167

Значит, $\triangle MeB$ — равнобедренный по признаку (высота и медиана 1.

б) Тогда EP — биссектриса $\triangle MeB$.

E Тогда, $\angle MeP = \angle PeB$.

Значит, $\angle MeP = \angle PeB$.

а) Тогда, $\smile KeD = \smile DeB$ т.к. $\angle DeB$ ($K \in eM$, $D \in eP$).

дуги опираются на эти две высоты равны ($\smile KD$ и $\smile DB$ — меньшие дуги).

в) $\angle DKe = \frac{1}{2}(\smile DBe + \smile Ak) = \frac{1}{2}(\smile Be + \smile DB + \smile Ak) = \frac{1}{2}(\smile Be + KD + \smile Ak)$

$= \frac{1}{2}(\smile Be + \smile DB + \smile Ak) = \frac{1}{2}(\smile Be + \smile AKD) = \angle BPe$ (из 4).

Значит, $\angle BPe = 90°$ ($DE \perp AB$), то $\angle EKD = 90°$.

9) Т.к. $\angle BPe = 90°$, то $\smile Ak$ — высота $\triangle AeD$.

10) Т.к. $Ek \cap AP = M$ (по построению $MeTeKD$)

$Ek \perp DE$, то AP — высота $\triangle AeD$.

Т.к. все высоты в треугольнике пересекаются в одной точке,
значит M — ориентир $\triangle AeD$. ч.т.д. (+) 7б

Доказательство.

1) Т.н. M — середина AP, то $AM = MP = \frac{1}{2}AP$.

2) Т.н. $AP = 2PB$, то $PB = AM = MP = \frac{1}{2}AP$.

3) $K \in AP = M$.

4) $\angle DPB = \frac{1}{2}(\smile DB + \smile Ae)$

$\angle BPe = \frac{1}{2}(\smile Be + \smile AKD)$, 180°

$EK \cap AP = M$ (по построению $MeTeKD$)

5) Т.н. $MP = PB$, то

№3.

Линейный многочлен имеет вид $ax + b$.

$x^2 + x - n$

Значит, — многочлен с 2 степенью.

т.ч. при x^2 коэффициент 1.

Т.о. при x коэффициент 1.

т.к. В многочлене x должен

быть коэффициент 1 или -1 т.к.

коэффициент при x^2 должен не быть меньшим

$(a_1, a_2 \ldots a_n = 1$, если один из двух больше

1, то получаем в целом коэффициент больше,

а это не один коэффициент, т.о.

условию < 1, что противоречит

Т.о. все многочлены имеют, т.о.

$\cdot$ или $a \cdot b$ или противное

(слагаемые с x, делают без x

$(a = 0, b \neq 0)$.

Многочлен с x должен быть

равно x^2, при первом осветит.

Т.о. все многочлены без x

тоже имеют целый свободный без x

т.о. перечисления целый что и к. он этого

решено не изменяет.

Тогда, $x^2 + x - n$ должен

раскладываться на

$k \cdot (x + b_1)(x + b_2)$, где k, b_1, b_2 — целые.

т.к. имеем при x^2

$k = 1$, т.к. при x^2 будет на 1

свободен при x^2 будет

$(k \cdot x^2 = 1 \cdot x^2, k = 1)$.

Получаем

$x^2 + x - n = (x + b_1)(x + b_2)$, где $b_1, b_2 \in \mathbb{Z}$.

$(-b_1)\cdot(-b_2) = -n$

$(-b_1)+(-b_2) = -1$

$-b_1, u - b_2$ — корни многочлена.

$x_1 = -b_1, x_2 = -b_2$ (одинаковых по теореме Безу

$\begin{cases} x_1 = -b_1 \\ x_1 \cdot (-1 - x_1) = -n \end{cases}$

$\begin{cases} x_2 = -1 - x_1 \\ x_1 \cdot (1 + x_1) = n \end{cases}$

Т.о. $b_1, u b_2$ — целые, то x_1 и x_2 — целые.

Т.к. $n \in \mathbb{N}$, то $x_1 \in \mathbb{N}$, имеем

$x_1 \cdot (1 + x_1) \leq 0$ при $x_1 \in [-1, 0]$

Значит x нужно искать все такие

$x \in \mathbb{Z}$, что $x_1 \cdot (1 + x_1) \leq 2021$

$x_1 = 0$ не подходит, т.к.

$0 \cdot (1 + 0) = 0$

Для $x_1 > 0$:

$44(44 + 1) = 1980$

$45(45 + 1) = 2070$, что > 2021.

Значит, любое целое от на

интервале $(0; 44]$ подходит.

Наиб. чис. — 44.

Для $x_1 < 0$:

$-45(-45 + 1) = 2070$, но $n \in N$

$-46(-46 + 1) = 1980$

Значит, любое целое на $[-45; -1)$

подойдёт.

Наиб. чис. — 44.

при разных x_1 не будут

повторяться корни уравнений.

Т.к.

значений x_1 — 88 различных x_1.

Ответ: 88

Ответ: x_1 от -2 до -45, x_2 ...

$x_1 (1 + x_1) = n$

$x_1 \cdot 2$; $2 \cdot 3$; ... ; $x_1(1 + x_1)$; ... ; $44 \cdot 45$

Для отрицательных x_1 —

$-2 \cdot (-1)$; $(-3) \cdot (-2)$; ... ; $x_1(1 + x_1)$; ... ; $-44 \cdot (-45)$

x_1 от 2 до 44 и от -2 до -45, где $x \in Z$.

$x_1(1 + x_1) = n$

$X^2 + X - n = (X - X_1)(X + 1 + X_1)$

Тогда,

$X_1 = 1$ ... $X_1 = -2$, для $X_1 = 2$, $X_1 = -3$.

Для $X_1 = 44$, $X_2 = -45$.

Значит, n различных n вело

44...

Ответ: 44.

(×) Нет.

ИЦ - 16 =

Задача 4.

$$\frac{1}{2020}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2020}\right) - \frac{1}{2021}\left(1+...+\frac{1}{2020}\right) \vee \frac{1}{2021}\cdot\frac{1}{2021}$$

$$\left(\frac{1}{2020}-\frac{1}{2021}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}+...\frac{1}{2020}\right) \vee \frac{1}{2021^2}$$

$$\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2020}\right) \vee \frac{2020}{2021}$$

$$\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2020}\right) > 1$$

$$\frac{2020}{2021} < 1.$$

Значит,

$$\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2020}\right) > \frac{2020}{2021}$$

$$\frac{1}{2021}\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2021}\right) > \frac{1}{2021}\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2021}\right)$$

$$\frac{1}{2020}\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2020}\right)$$

(Z)

Задача 5.

Школьники из 10 ш. Друзей — не больше, чем

с 2 из 3 (11 ш. то всего)

40 Друзьишись пар будет

10 клин — 11 ш-ик (20·2 = 40)

Т.к. 11-иов должно быть

каждое число , что у каждого

11-ка д олжен быть . Или может

иметь ша д рузей из 10 школах

т.к. каждый д руг из 10 обрадей

с этим 11-ком, друже шу

пару . Друзьишись пар всего 40 , а

без Друзей в 10 школах может

быть только один 11-ником .

(шитое у д воих будет обладать

набор Друзей), что означает, что

каждый 11-ик , трое может быть

без Друзей илинь не имеет .

д рузей , будем иметь

одного , другишись не имеет

Другишись пар .

⊙ У Друзей может быть не больше, чем

у одного 11-классника школа ,

Возьм д ушевные набора Друзей .

1 Друг в 10 ш. Может быть

не больше , чем у д руга в 10 Николаевич ,

иначе на пр. Пиришна (01 тиков набор

Д рузей) , 20 тиковишись набор

совпадут).

Док-во: Т.к. 11-классник без друзей невозможно,

пара в каждом тиков на число (11-классников ,

т.к. максимальное кол-во Друзей, когда

такой 11-ик есть .

П редположим , что Судеет Друзья

такое контрадиция (11-ссиков , что

их число наибольшее возможное а

иногда с 1 Друзьйсиков на рой в них

иначе 20 (иуст максимум х) .

Тогда , всего в таком иойтрибуции

не больше , чем 14 + х + 40-х/2 игрей

(11-без д рузей , 1 д ругом , с 1 Другом ,

не имеют 2 Другей).

$$1 + 20 + \frac{x}{2} < 31 \text{, при } 0 \leqslant x \leqslant 20.$$

Если же когда с 1 дружеский
пароб 20, т.е.
всего 11 - что не больше, тем

$$1 + 20 + \frac{40-20}{2} = 31 \quad (1 - \text{до з}$$

дружей , 20 с 1 другон, остальные
не менее , тем с 2 дружб ежи)
т.е. мы получим оценку

на 31 человека 1 11-ишов не больше)

Пример где 31.

1 — без друзей

2 — имеют по одному разному
друг. (один дружеский с 1 другой с 2 и т в.)
10 — имеют по два друга
6 виде (1 , 2), (3, 4) ... (19, 20) ,
где 1, 2, ... 20 — 10-ики.
Тогда у каждого 10-ка по 2 дружок
в 11 ик. Дружеских пар 40.

(От вет) 31.

Ⓑ